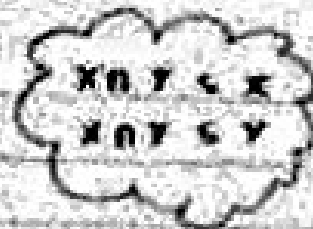


ΑΣΚΗΣΗ



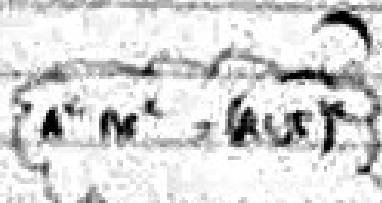
$$1. (A \cap B) \cup \Gamma = A \cap (B \cup \Gamma) \iff \text{FSA}$$

→ Έκδηση ότι είναι η ίδια με (2) ε.δ.ο. FSA

$$\begin{aligned} \text{Έκδηση } x \in \Gamma \cup X \text{ είναι } \text{FSA} & \xrightarrow{\text{FSA}} x \in (A \cap B) \cup \Gamma \iff \\ \rightarrow x \in A \cap (B \cup \Gamma) & \xrightarrow{\text{FSA}} x \in A \end{aligned}$$

→ Έκδηση FSA ε.δ.ο. με (1) είναι

$$A \cap (B \cup \Gamma) = (A \cap B) \cup (A \cap \Gamma) = (A \cap B) \cup \Gamma$$



$$A \subseteq (B \cup \Gamma)^c \quad B \subseteq (\Gamma \cup A)^c \quad \text{και} \quad \Gamma \subseteq (A \cup B)^c$$

$$\text{Από } \cup \text{ ε.δ.ο. } [A \subseteq (B \cup \Gamma)^c \wedge B \subseteq (\Gamma \cup A)^c] \rightarrow \Gamma \subseteq (A \cup B)^c$$

$$x \in \Gamma \iff x \notin \Gamma^c \xrightarrow{\text{FSA}} x \notin A^c \cap \Gamma^c \wedge x \notin B^c \cap \Gamma^c \iff$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x \notin (A \cup B)^c \wedge x \notin (B \cup \Gamma)^c & \xrightarrow{\text{FSA}} x \in A \wedge x \in B \\ \rightarrow x \in B^c \wedge x \in A^c & \iff x \in A^c \cap B^c = (A \cup B)^c \end{aligned}$$

$$25 \quad (x \pm y) = (x - y) \cup (y - x)$$

$$\text{ii)} \quad (b \pm g)^{-1} = (b \cdot g) \cup (g \cdot b) = (b \cdot g)^{-1} \cup (g \cdot b)^{-1} = \\ = (b^{-1} \cdot g^{-1}) \cup (g^{-1} \cdot b^{-1}) = b^{-1} \pm g^{-1}$$

$$\text{i)} \quad \text{Έστω } b \subseteq g \text{ θα δείξω ότι } b^{-1} \subseteq g^{-1}$$

$$\text{Έστω } (x, y) \text{ τυχαίο στοιχείο του } b^{-1} \quad (x, y) \in b^{-1} \\ (x, y) \in b^{-1} \Rightarrow (y, x) \in b \xrightarrow{b \subseteq g} (y, x) \in g \Leftrightarrow (x, y) \in g^{-1}$$

$$\text{Άρα } b^{-1} \subseteq g^{-1}$$

$$\text{Έστω } b^{-1} \subseteq g^{-1} \xrightarrow{\text{i)}} (b^{-1})^{-1} \subseteq (g^{-1})^{-1} \Rightarrow b \subseteq g$$

$$\text{(ii)} \quad \text{Θέλω να δείξω ότι υπάρχει } y \in R(b) - R(g)$$

$$y \in R(b) - R(g) \Leftrightarrow y \in R(b) \wedge y \notin R(g)$$

$$\Leftrightarrow [(\exists x_1 \in A) (x_1, y) \in b] \wedge [(\forall x \in A) (x, y) \notin g]$$

$$\Rightarrow (\exists x_1 \in A) (x_1, y) \in b \wedge (x_1, y) \notin g$$

$$\Leftrightarrow (\exists x_1 \in A) (x_1, y) \in b - g \Leftrightarrow y \in R(b - g)$$

Ν. 8 παραδείγματα ως π. (ii) να βρούμε και (

$$\text{iii)} \quad b = b^{-1} \Leftrightarrow b \subseteq b^{-1} \wedge b^{-1} \subseteq b$$

$$\text{Έστω } b \subseteq b^{-1} \xrightarrow{\text{i)}} b^{-1} \subseteq (b^{-1})^{-1} \Rightarrow b^{-1} \subseteq b$$

$$\text{Επομένως } b = b^{-1}$$

24 G^{-1} обратный отображение к G

$$G^{-1} = \{(x, a) \mid (a, x) \in G\}$$

$$G^{-1} = \{(x, y) \mid (y, x) \in G\} \quad (G^{-1})^{-1} = G$$

$$G^{-1} \subseteq B \times A$$

$$G \subseteq A \times B, \quad G: A \rightarrow B$$

$$\Delta(G^{-1}) = \bar{R}(G)$$

$$\bar{R}(G^{-1}) = \Delta(G)$$

ПРОПЯЗН

$G: A \rightarrow B, \quad g: A \rightarrow B$ где

i) $G \subseteq g \iff G^{-1} \subseteq g^{-1}$

ii) $\Delta(G) - \Delta(g) \subseteq \Delta(G - g)$

iii) $\bar{R}(G) - \bar{R}(g) \subseteq \bar{R}(G - g)$

iv) $(G \cup g)^{-1} = G^{-1} \cup g^{-1}$

v) $(G \cap g)^{-1} = G^{-1} \cap g^{-1}$

vi) $(G - g)^{-1} = G^{-1} - g^{-1}$

vii) $(G \setminus g)^{-1} = G^{-1} \setminus g^{-1}$

viii) $G \subseteq G^{-1} \implies G = G^{-1}$

Доказательство

i) Пусть $(x, y) \in (G \cup g)^{-1}$

$$(x, y) \in (G \cup g)^{-1} \iff (y, x) \in G \cup g \iff (y, x) \in G \vee (y, x) \in g \iff \\ \iff (x, y) \in G^{-1} \vee (x, y) \in g^{-1} \iff (x, y) \in G^{-1} \cup g^{-1}$$

ii) Пусть $(x, y) \in (G - g)^{-1}$

$$(x, y) \in (G - g)^{-1} \iff (y, x) \in G - g \iff (y, x) \in G \wedge (y, x) \notin g \iff \\ \iff (x, y) \in G^{-1} \wedge (x, y) \notin g^{-1} \iff (x, y) \in G^{-1} - g^{-1}$$

$$A = \{a, b, \delta, \epsilon\} \quad B = \{k, \lambda, \mu, \nu, \xi\}$$

$\#$ a είναι μ τερα του k και $\xi \rightarrow (a, k), (a, \xi)$

$\#$ b είναι μ τερα του $\mu \rightarrow (b, \mu)$

$\#$ δ είναι μ τερα του $\lambda \rightarrow (b, \lambda)$

$G = \{(a, k), (a, \xi), (b, \mu), (b, \lambda)\}$: ΣΧΕΣΗ από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B

A, B σύνολα

έχουν ορισθείτε $G \subseteq A \times B$

ΣΧΕΣΗ από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B είναι ένα υποσύνολο G του $A \times B$

$$(x, y) \in G \iff x \in G y \quad (x, y) \notin G \iff x \notin G y$$

$R(G) =$ πεδίο τιμών του G $\Delta(G) =$ πεδίο ορίων του G

$$\Delta(G) = \{x \in A \mid (\exists y \in B) (x, y) \in G\} \subseteq A \quad \text{πεδίο ορίων}$$

$$R(G) = \{y \in B \mid (\exists x \in A) (x, y) \in G\} \subseteq B \quad \text{πεδίο τιμών}$$

$$G = \{(a, k), (a, \xi), (b, \mu), (b, \lambda)\} \quad \Delta(G) = \{a, b\} \subseteq A$$

$$R(G) = \{k, \xi, \mu, \lambda\} \subseteq B$$

$$\begin{aligned} x \in \Delta(G) &\iff (\exists y \in B) (x, y) \in G \\ y \in R(G) &\iff (\exists x \in A) (x, y) \in G \\ x \notin \Delta(G) &\iff (\forall y \in B) (x, y) \notin G \\ y \notin R(G) &\iff (\forall x \in A) (x, y) \notin G \end{aligned}$$

ΠΡΕΣ ΕΝΑ ΣΥΝΘΕΤΟ ΟΥΝΤΕ Μ Ο
ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΩΝ ΜΕΤΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΙΜΩΝ

